

eduser

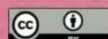
Raciocínio matemático e as oportunidades de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática: as ações do formador

Mathematical reasoning and professional learning opportunities for teachers who teach mathematics: the teacher educator's actions

Oportunidades de aprendizaje profesional para profesores que enseñan matemáticas: la actuación del formador

GIANE FERNANDA SCHNEIDER GROSS, ANDRÉ LUIS TREVISAN, ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN

ISSN 1645-4774 | e-ISSN 2183-038X
<https://www.eduser.ipb.pt>



Raciocínio matemático e as oportunidades de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática: as ações do formador

Mathematical reasoning and professional learning opportunities for teachers who teach mathematics: the teacher educator's actions

Oportunidades de aprendizaje profesional para profesores que enseñan matemáticas: la actuación del formador

GIANE FERNANDA SCHNEIDER GROSS¹, ANDRÉ LUIS TREVISAN², ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN³

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Ponta Grossa; Brasil; <https://orcid.org/0000-0002-5225-6484>; giane.fer@gmail.com

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Londrina; Brasil; <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>; andreluistrevisan@gmail.com

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná; Cornélio Procopio; Brasil; <https://orcid.org/0000-0002-1808-2599>; eliane.araman@gmail.com

RESUMO: Com o objetivo de compreender como as ações do formador contribuem para gerar Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) no que diz respeito ao Raciocínio Matemático (RM), analisaram-se os dois primeiros encontros de um processo formativo para professores que ensinam Matemática na Educação Básica. A partir de uma abordagem metodológica de cunho qualitativo foram realizadas as análises dos excertos das transcrições dos áudios e vídeos dos encontros. Como resultado foram apresentadas as ações do formador e as OAP envolvendo a elaboração de tarefas matemáticas e os processos do RM (conjeturar e generalizar).

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem Profissional; Formador; Raciocínio Matemático; Tarefa Matemática.

ABSTRACT: In order to understand how the actions of the teacher educator who teaches mathematics contribute to generating Professional Learning Opportunities (PLO) with regard to Mathematical Reasoning (MR), the first two meetings of a training process for teachers who taught Mathematics in Basic Education were analyzed. Using a qualitative methodological approach, excerpts from the transcripts and videos of the meetings were analyzed. As a result, the teacher educator's actions and the OAPs involving the development of mathematical tasks and the RM processes (conjecturing and generalizing) were presented.

KEYWORDS: Professional Learning; Trainer; Mathematical Reasoning; Mathematical Task.

RESUMEN: Con el objetivo de comprender cómo las acciones del formador de profesores contribuyen a generar Oportunidades de Aprendizaje Profesional (OAP) con relación al Razonamiento Matemático (RM), se analizaron los dos primeros encuentros de un curso de formación continua para profesores que enseñaban matemática en la enseñanza básica. Utilizando un abordaje metodológico cualitativo, se analizaron los extractos de las transcripciones de las grabaciones de audio y video de los encuentros. El resultado fue una presentación de las acciones del formador y de los OAP que involucran el desarrollo de tareas matemáticas y los procesos de RM (conjeturar y generalizar).

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje Profesional; Formador; Razonamiento Matemático; Tarea Matemática.

1. Introdução

Em busca de ampliar as possibilidades de aprendizagem dos professores, processos formativos podem contribuir para ressignificar seus conhecimentos (Ball et al., 2008; Carrillo-Yañes et al., 2018; Ribeiro & Ponte, 2020) e, conseqüentemente, impactar em desenvolvimento profissional. Além disso, preocupações em promover processos formativos e momentos de discussões entre professores que oportunizem a eles ressignificar seus conhecimentos têm relação com o modo como os estudantes aprendem.

Por muitas décadas, o conceito de formação de professores resumiu-se a oferecer “treinamentos” para “suprir” possíveis déficits de seu conhecimento (Ponte et al., 2022), sem articulação com sua prática ou relação

com a aprendizagem dos estudantes. Pesquisas têm apontado que a formação de professores deve compreender a ressignificação de diferentes domínios do conhecimento especializado para o ensino (Carrillo-Yañez et al., 2018), em articulação com a prática por meio do trabalho com tarefas formativas – ou, mais especificamente, Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) (Ribeiro & Ponte, 2020; Smith, 2001).

Nessa direção, pensar a aprendizagem profissional dos professores implica gerar oportunidades para que discutam, interajam e socializem suas dúvidas, compartilhem sugestões e inquietações sobre práticas de sala de aula, possibilitando que aprendam com a interação com outros profissionais e com o compartilhamento de resultados e inquietações que emergem de seu trabalho.

O conceito de Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) adotado neste estudo tem como um dos elementos fundamentais os formadores¹ (Ribeiro & Ponte, 2020), que estabelecem um complexo elo de articulação entre aspectos de ensino, como os professores, a sala de aula, os estudantes e os conteúdos (Prediger et al., 2019). Ao considerar esses aspectos, mostra-se fundamental compreender como o papel e as ações do formador podem potencializar OAP aos professores, em especial, quando discutem a respeito do Raciocínio Matemático (RM), nosso foco de interesse. Mata-Pereira e Ponte (2018) destacam que o RM “inclui uma diversidade de processos de raciocínio, nomeadamente, a formulação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a definição e aplicação de estratégias de resolução e a justificação” (p. 38).

Diante do exposto, elenca-se o objetivo desta pesquisa de compreender como as ações do formador de professores que ensinam Matemática contribuem para gerar OAP no que diz respeito ao RM. Com o intuito de alcançar esse objetivo, foram organizadas duas questões de pesquisa:

- Quais ações do formador de professores que ensinam Matemática podem ser reconhecidas em um processo formativo que explora entendimentos essenciais do RM?
- Quais OAP, no que diz respeito ao RM, foram geradas a partir dessas ações?

Para análise, foram considerados dados oriundos de um processo formativo a partir da utilização de TAP (Ribeiro & Ponte, 2020; Smith, 2001), que permitiriam aos professores participantes ampliarem seus conhecimentos sobre o RM, especialmente, no que tange aos seus entendimentos essenciais (Lannin et al., 2011), a partir do papel e das ações de dois formadores (Ribeiro & Ponte, 2020), inspirando-se no quadro de referência de Ferreira, et al. (2023).

2. Raciocínio Matemático

Ao considerar que RM é uma das capacidades que os professores devem estimular durante o desenvolvimento de propostas de ensino de Matemática, faz-se necessário compreender em que de fato ele consiste, quais são os processos envolvidos (Brodie, 2010; Jeannotte & Kieran, 2017; Lannin et al., 2011) e, fundamentalmente, quais são as práticas em sala de aula que apoiam tal promoção (Mata-Pereira & Ponte, 2018).

Para Jeannotte e Kieran (2017), o RM é um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos, definição que assumimos nesse artigo. As autoras analisam o raciocínio tanto em termos do seu aspecto estrutural (dedutivo, indutivo e abdutivo) quanto de seus processos, que envolvem a busca por semelhanças e diferenças (generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar), validação (justificação e prova/demonstração) e exemplificação (Jeannotte & Kieran, 2017).

Henriques e Ponte (2014) descrevem o desenvolvimento do RM como base para o sucesso dos estudantes na disciplina de Matemática. Apesar da relevância do tema, o desenvolvimento de estratégias para estimular esse tipo de pensamento no contexto da sala de aula é recentemente investigado (Brodie, 2010). Como discussões sobre RM ainda aparecem de maneira tímida na literatura (Carneiro et al., 2022; Gross et al., 2023a) buscar possibilidades que oportunizem, aos professores, planejar, desenvolver e refletir alternativas que possam aprofundar o entendimento acerca do RM próprio e, conseqüentemente, dos estudantes, avista-se como uma lacuna na formação de professores que ensinam Matemática. Nogueira e Blanco (2017) discutem que, na formação de professores, é necessário motivar a reflexões a partir de questionamentos que

¹ Em alguns trabalhos, os termos “formador” e “facilitador” são tomados como sinônimos, como adotado neste trabalho. Em outros, o termo “formador” costuma ser usado no contexto da formação inicial e “facilitador” na formação continuada. Além disso, há casos, em que o formador/facilitador também é pesquisador, o que ocorre na pesquisa que resultou neste artigo.

compreendem o pensamento individual, bem como promover momentos de análises das próprias práticas.

Pesquisas apontam a importância de os professores aprenderem como promover práticas em sala de aula que contemplem o desenvolvimento do RM, desde o planejamento até as discussões coletivas da implementação da tarefa realizada em sala de aula (Brocardo et al., 2022; Gregório & Oliveira, 2018; Herbert & Bragg, 2021; Morais, 2022; Trevisan & Araman, 2021; Trevisan et al., 2023).

Lannin, et al. (2011) apresentam nove entendimentos essenciais (Tabela 1) para o RM, baseando-se em uma definição que considera o RM como um “processo evolutivo de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e desenvolver e elaborar argumentos” (p. 10).

Tabela 1

Entendimentos essenciais do RM.

Processos	Entendimentos Essenciais
Conjecturar e Generalizar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras. Essas declarações são chamadas de conjecturas. 2. Generalizar envolve identificar semelhanças entre os casos ou estendendo o raciocínio para além do intervalo em que se originou. 3. Generalizar envolve identificar a aplicação da generalização, reconhecendo o domínio relevante. 4. Conjecturar e generalizar envolve o uso e o entendimento do significado de termos, símbolos e representações.
Investigar o porquê	<ol style="list-style-type: none"> 5. O raciocínio matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa.
Justificar ou refutar	<ol style="list-style-type: none"> 6. Uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas. 7. Uma refutação matemática envolve mostrar que uma afirmação particular é falsa. 8. Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos. 9. Uma justificativa matemática válida para uma afirmação geral não é um argumento baseado em autoridade, percepção, consenso popular ou exemplos.

Fonte: Adaptado de Lannin, et al. (2011).

Para este estudo, delimitamos os conceitos de conjectura e de generalização, que abarcam os quatro primeiros entendimentos, pois esses foram o foco do recorte do processo formativo cuja análise será apresentada. Conjecturar, para Lannin, et al. (2011), é uma forma natural de os estudantes entrarem no processo de RM. Eles desenvolvem conjecturas sobre a Matemática de maneira implícita ou explícita, podendo ocorrer em qualquer momento em sala de aula, pois consideram conceitos e habilidades que já conhecem, desenvolvendo afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas não são conhecidas como verdadeiras (entendimento essencial 1). Assim, uma conjectura serve como um ponto de entrada na tarefa matemática e no RM, fazendo parte do processo realizar afirmações verdadeiras ou falsas, resultando ou não em uma generalização.

Já a generalização provém da identificação de elementos comuns entre casos ou a expansão do RM para além do intervalo em que originalmente foi gerado (entendimento essencial 2). Envolve, também, identificar seu domínio de aplicação (entendimento essencial 3).

Também uma conjectura ou uma generalização envolve o uso e entendimento de termos, símbolos e representações (entendimento essencial 4) pode assumir diferentes formas, como, por exemplo, descrições verbais, exemplos e dígramas, e, nem sempre, remetem a uma regra ou expressão algébrica.

3. Oportunidades de aprendizagem profissional docente e as ações do formador

Na direção de pensar processos formativos que ampliem os conhecimentos docentes, gerando OAP em articulação com sua própria prática diária de sala de aula, Ribeiro e Ponte (2020) propõem o modelo Professional Learning Opportunities for Teachers (PLOT) – Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores. Esse modelo teórico e metodológico tem, por intenção, subsidiar a organização de processos formativos e reconhecer oportunidades de aprendizagem por eles geradas. É organizado a partir de três domínios: 1) Papel e Ações do Formador (PAF), 2) Tarefas de Aprendizagem Profissionais (TAP), e 3) Interações

Discursivas entre os Participantes (IDP).

Quanto ao formador, ele é compreendido como um profissional encarregado de ensinar professores, que podem ser iniciantes ou com mais tempo de experiência na profissão (Martignone et al., 2022), que faça uso de diferentes metodologias de ensino e que considere o conhecimento oriundo das experiências em articulação com pesquisas e discussões no âmbito da Educação Matemática.

Nas palavras de Fiorentini (2005), os formadores de professores precisam estar preparados para gerar OAP que envolvam possibilidades de promover diferentes aprendizagens a seus estudantes. Além disso, necessitam se envolver em estudos e pesquisas, tanto sobre os processos didáticos do ensino quanto em relação à ampliação do conhecimento da Matemática em seus aspectos culturais, epistemológicos e históricos, que envolvam os conteúdos e a disciplina curricular como um todo.

Ferreira, et al. (2022) discutem o papel do formador tanto no desenvolvimento quanto na gestão do processo de desenvolvimento profissional, constando que suas ações estão intrinsecamente ligadas ao seu conhecimento, especialmente, em momentos em que as discussões conduzidas pelo formador estão relacionadas ao seu próprio conhecimento do contexto, em especial, do conhecimento didático e do conteúdo a ser ensinado.

No que se refere ao domínio PAF do modelo proposto por Ribeiro e Ponte (2020), as ações conduzidas pelos formadores de professores que ensinam Matemática podem proporcionar, aos docentes, OAP que contemplem tanto o conhecimento didático quanto do conteúdo específico. À vista disso, suas ações podem ampliar e aprofundar os conhecimentos profissionais quando são oportunizadas em meio a um processo formativo que contemple o envolvimento de diferentes experiências e conhecimentos docentes (Ribeiro et al., 2020). Essas ações podem ser direcionadas por meio das TAP, elaboradas pelo formador, entendidas como instrumentos ou materiais planejados para possibilitar discussões e reflexões (Barboza et al., 2021), considerando os conhecimentos prévios e as experiências docentes com objetivos determinados pelo formador durante o processo formativo, possibilitando a ampliação dos conhecimentos dos professores (Ball & Cohen, 1999).

A partir do objetivo proposto neste estudo, destacamos a pesquisa de Ferreira, et al. (2023), que investiga práticas de uma formadora de professores que ensinam Matemática, enquanto um modelo especificamente voltado às ações de formador, que estão evidenciados na Tabela 2.

Tabela 2

Classificação das práticas e ações do formador durante discussões coletivas

Práticas do formador	Descrição	Ações do formador
Estabelecer uma comunidade de aprendizagem	Proporcionar um ambiente em que os professores se sintam seguros e encorajados a compartilhar suas ideias e práticas	Elogiar e incentivar Brincar Apoiar Compartilhar experiências pessoais Convidar Validar
Interpretar as interações com os professores e entre os professores	Atribuir significado e sentido às diferentes interações	Parafrasear Estender/Ampliar Solicitar esclarecimentos Ouvir Esclarecer/Explicar
Estabelecer conexões	Estabelecer relações com elementos internos e externos ao processo formativo	Relacionar Retomar
Desafiar os professores a avançar em seus conhecimentos	Lançar questões desafiando os professores a avançar em seus conhecimentos	Contrapor Questionar
Sistematizar aprendizagens	Fazer uma síntese das discussões e	Resumir os tópicos principais da discussão Recuperar os conhecimentos prévios

Fonte: Ferreira, et al. (2023).

Os autores categorizaram as práticas realizadas pela formadora em diferentes grupos, como, por exemplo, estabelecer uma comunidade de aprendizagem, interpretar as interações com e entre os professores, estabelecer conexões e sistematizar aprendizagens. A cada uma dessas categorias de práticas, foram associadas diversas ações da formadora, inspiradas em uma categorização de ações do professor para promoção do RM propostas por Araman, et al. (2019).

Nesse contexto, as ações podem gerar OAP envolvendo diferentes domínios/dimensões do conhecimento do professor que ensina Matemática (Ball et al., 2008; Carrillo-Yañes et al., 2018), incluindo questões curriculares, do ensino, da gestão e das práticas de sala de aula, dos estudantes, dos recursos e conhecimentos gerais e específicos da própria Matemática.

4. Procedimentos metodológicos

Estando ao encontro do objetivo deste estudo, a pesquisa qualitativa “é essencial para o entendimento da realidade humana, das dificuldades vivenciadas, das atitudes e dos comportamentos dos sujeitos envolvidos, constituindo-se um suporte teórico essencial” (Ferreira, 2015, p. 117). Esta pesquisa é, assim, orientada pelo percurso qualitativo, que se define como um processo que considera as atividades realizadas, a coleta e análise dos dados, a interpretação destes de acordo com o referencial teórico e, por fim, a redação a partir dos olhos dos pesquisadores (Gil, 2008).

4.1 Contexto da pesquisa

O processo formativo foi organizado com o intuito de explorar entendimentos essenciais do RM (Lannin et al., 2011), articulado ao uso de registros de práticas envolvendo tarefas matemáticas com potencial para promoção do RM. Ocorreu em formato remoto (por meio da plataforma Google Meet) com uma carga horária de 40 horas, sendo 20 horas de forma assíncrona (envolvendo resolução de tarefas matemáticas, estudo de textos e análise e produção de registros de prática) e outras 20 horas de forma síncrona, distribuídas em nove encontros que ocorreram quinzenalmente ao longo do primeiro semestre de 2023.

Os formadores foram os dois primeiros autores deste artigo, denominados como formadora e formador. Os participantes foram professores que ensinam Matemática, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Nos encontros 1 a 4, o público alternou entre doze e treze participantes. A partir daí, dez professoras permaneceram e finalizaram o processo formativo.

Ao longo dos encontros síncronos, foram proporcionados, aos professores, momentos de trabalho tanto individuais quanto coletivos, que fizeram uso de registros oriundos de pesquisa anteriores já desenvolvidas no âmbito do grupo de pesquisa “Raciocínio Matemático e formação de professores”, incluindo os trabalhos de Anjos (2023) e Morais (2022).

No primeiro encontro, foi realizada a apresentação dos formadores e dos participantes, com discussões sobre os aspectos gerais do RM, considerando os conhecimentos prévios dos professores e as primeiras experiências com o tema. Após o momento de discussão sobre percepções individuais, os professores foram divididos em grupos (organizados em salas temáticas a partir da ferramenta disponível no Google Meet), para resolver uma primeira TAP, que continha uma tarefa matemática (Figura 1), envolvendo o cálculo de área e perímetro com utilização do Geoplano (Morais, 2022), bem como o protocolo escrito e o áudio¹ da resolução realizada por uma dupla de estudantes do 5º ano dessa mesma tarefa (Figura 2). O objetivo da TAP era levantar conhecimentos prévios dos participantes sobre aspectos gerais do RM que poderiam ser inferidos a partir desses registros de prática. Ao final do encontro, houve um momento em plenária, na qual os participantes puderam compartilhar as reflexões realizadas nos pequenos grupos.

¹ O áudio não está descrito devido à limitação de páginas do artigo.

Figura 1

Tarefa matemática – cálculo de área e perímetro.

Renato tem um geoplano e gosta de construir figuras geométricas nele. Mas agora, ele tem algumas questões para resolver utilizando o geoplano. Vamos ajudá-lo?

Renato formou no geoplano um quadrado com área 9 cm^2 e precisa encontrar o perímetro, depois preencher a tabela abaixo:

	Figura 1	Figura 2	Figura 3
Área	9 cm^2	O dobro da figura 1	O triplo da figura 1
Perímetro			

Fonte: Morais (2022)

Figura 2

Resolução da tarefa matemática – cálculo de área e perímetro.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3
Área	9 cm^2	O dobro da área da figura 1	O triplo da área da figura 1
Perímetro	12 cm	24 cm	36 cm

Agora mostre para Renato como fez para formar essas figuras escrevendo ou realizando os cálculos.

The student's work includes the following calculations and drawings:

- Figura 1:** A 3×3 square. Area calculation: $3 \times 3 = 9$. Perimeter calculation: $3 + 3 + 3 + 3 = 12$.
- Figura 2:** A 6×6 square. Area calculation: $6 \times 6 = 36$. Perimeter calculation: $6 + 6 + 6 + 6 = 24$.
- Figura 3:** A 9×9 square. Area calculation: $9 \times 9 = 81$. Perimeter calculation: $9 + 9 + 9 + 9 = 36$.

Fonte: Morais (2022)

Como “preparação” para o encontro seguinte, foi proposta uma primeira tarefa assíncrona (Figura 3), que deveria ser enviada aos formadores antes do segundo encontro, para compor a continuidade no planejamento.

Figura 3

Tarefa matemática – sequência de azulejos.

Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.

a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 5**. Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: _____

ii. Número de azulejos cinzentos: _____

iii. Número total de azulejos: _____

b) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 10**. Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: _____

ii. Número de azulejos cinzentos: _____

iii. Número total de azulejos: _____

c) Considerando a regularidade da sequência de figuras, qual figura terá um total de **38 azulejos**? Explique a sua resposta.

d) Considerando a regularidade da sequência de figuras, existe alguma figura com um total de **66 azulejos**? Explique a sua resposta.

e) Com base na observação da sequência de figuras, construa uma sequência numérica com **10 termos**. Explique qual regularidade você utilizou para escrever a sequência numérica e qual cálculo realizou para obter cada termo da sequência.

Fonte: Adaptado de Mosquito (2008, p. 157)

Os encontros 2, 3 e 4 foram dedicados à apresentação dos aportes teóricos do RM, tendo, como embasamento, Lannin, et al. (2011). Nos três encontros, foram discutidos a importância e os processos do RM, bem com os nove entendimentos essenciais sugeridos pelos autores. Dentre as discussões, foram realizadas práticas individuais e/ou coletivas com o propósito de possibilitar, aos participantes, a compreensão de cada um dos entendimentos por meio dos registros de práticas de estudantes (Figuras 4 e 5).

No segundo encontro, os participantes resolveram a tarefa matemática apresentada na Figura 3 e estudaram o registro de prática realizado por um aluno do 5º ano na resolução da alternativa “a” dessa mesma tarefa (Figura 5).

Figura 4

TAP 1 – estudo do protocolo escrito do estudante.

Registro de prática 1 - Resolução da tarefa realizada por um aluno do 5º ano.

Descrição do aluno: *Deu oito Porque quatro mais quatro dá oito. Porque não dá outro resultado e trinta deu trinta Porque o número de azulejos deu a quantidade trinta. E deu trinta e oito porque contado os dois dá essa quantidade.*

Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.

a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 5**. Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: 1

ii. Número de azulejos cinzentos: 9

iii. Número total de azulejos: 10

Deu oito porque quatro mais quatro dá oito. Porque não dá outro resultado e trinta deu trinta. Porque o número de azulejos deu a quantidade trinta. E deu trinta e oito porque contado os dois dá essa quantidade.

Analisando o registro escrito do aluno, você diria que ele conseguiu explicar o pensamento utilizado na resolução? Justifique.

O aluno apresentou alguma conjectura? Explique.

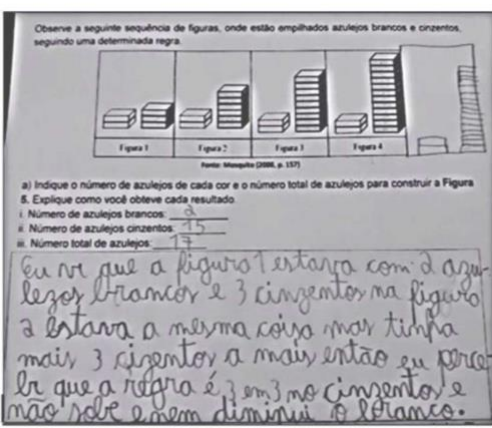
O aluno realizou alguma generalização? Explique.

Fonte: Anjos (2023)

Figura 5

TAP 2 – estudo da discussão entre os estudantes.

Registro de prática 2 - Resolução da tarefa realizada por um aluno do 5º ano (item a).



Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.

a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a Figura 5. Explique como você obteve cada resultado.

i. Número de azulejos brancos: 4

ii. Número de azulejos cinzentos: 2

iii. Número total de azulejos: 6

Eu sei que a figura 1 estava com 2 azulejos brancos e 3 cinzentos, na figura 2 estava a mesma coisa mas tinha mais 3 cinzentos a mais então eu percebi que a regra é 3 em 3 no cinzento e não sabe e nem diminui o branco.

Transcrição de áudio (2) de dois alunos 5º ano - Discussão sobre a tarefa (item a).

F1 - Aluno 1: *Aqui fala que ele segue uma determinada regra. Mas eu não sei que regra é essa?*

F2 - Aluno 2: *O que você acha que é?*

F3 - Aluno 1: *Eu acho que deve ter algum padrão.*

F4 - Aluno 2: *Tá bom, eu acho que tem que montar uma figura.*

F5 - Aluno 1: *Espera aí. Olha! Aluno 2 observa a figura número um e a número dois. A número dois tem quantos azulejos cinzentos?*

F6 - Aluno 2: *um, dois, três, quatro, cinco, seis.*

F7 - Aluno 1: *E qual é o divisor por 2 de 6.*

F8 - Aluno 2: *3.*

F9 - Aluno 1: *E qual é o número de azulejos cinzentos que estão na primeira imagem?*

F10 - Aluno 2: *3!*

F11 - Aluno 1: *Talvez essa seja a regra ou algo do tipo.*

F12 - Aluno 2: *Não sei! Não estou entendendo nada!*

F13 - Aluno 1: *[contando] um, dois, três, quatro, cinco, um, dois, três, um, dois, três, um, dois, três, um, dois, três, um.*

F14 - Aluno 2: *Tem mais três aqui.*

F15 - Aluno 1: *É! Só não sei qual é o significado dos azulejos brancos.*

F16 - Aluno 2: *Mas esse aqui é branco.*

F17 - Aluno 1: *Eu não sei.*

[chamam o professor]

F18 - Aluno 2: *Professor!*

F19 - Aluno 1: *Esses azulejos aqui não conta?*

F20 - Professor: *Mas você não quer saber a quinta figura?*

F21 - Aluno 1: *Aham.*

F22 - Professor: *Então, isso aqui vai te ajudar na quinta figura?*

F23 - Aluno 1: *Vai.*

F24 - Aluno 2: *É porque esse aqui começa a subir mais três.*

F25 - Professor: *Ah! O que acontece?*

F26 - Aluno 2: *Um, dois, três.*

F27 - Aluno 1: *De três em três.*

F28 - Aluno 2: *Um, dois, três, quatro, cinco.*

F29 - Professor: *De três em ...?*

F30 - Aluno 1: *Em três.*

Discuta com seu grupo as seguintes questões:

Analizando esses registros você diria que os alunos conseguiram explicar o raciocínio? Justifique.

Que conjectura (s) cada um desses alunos apresentou?

Esses alunos realizaram alguma generalização? Se sim, ela é válida em qual domínio? Ela pode ser estendida para além do domínio em que se originou? Discuta a respeito.

Fonte: Anjos (2023)

Nos encontros 5 a 9, ocorreu a implantação do ciclo PDR (Trevisan et al., 2020), proposto com o intuito de oportunizar, aos professores, a realização de uma vivência a partir da escolha de uma tarefa matemática com potencial para explorar os entendimentos essenciais do RM, o planejamento coletivo de aulas (P), o desenvolvimento (D) com suas turmas e, posteriormente, a reflexão da implementação (R), organizados de acordo com o nível de ensino em que atuavam.

Certas ações do formador foram planejadas em virtude do propósito do encontro e outras emergiram da interação com os professores. Em especial, neste artigo, consideramos os dois primeiros encontros como foco da análise, considerando fundamental compreender o papel e das ações dos formadores na intenção de estabelecimento de um contrato didático entre os participantes (Brousseau, 1998) e constituição de uma comunidade de prática (Wenger, 1998)¹.

4.2 Procedimentos de recolha e análise de dados

Reconhecemos as ações do formador durante o processo formativo com base no estudo realizado por Ferreira, et al. (2023) (Tabela 2), com foco em compreender como essas ações geraram OAP relacionadas aos entendimentos essenciais do RM.

Para esse propósito, no decorrer do processo formativo, foram realizadas gravações dos encontros por

¹ Entendida aqui enquanto um grupo de pessoas que compartilha de um interesse e cujos membros (professores da Educação Básica e formadores) aprofundam seus conhecimentos e especialidades acerca do RM por meio da interação contínua.

meio do Google Meet durante as ações, tarefas, estudos e discussões de todos os envolvidos. De posse da transcrição das discussões ocorridas, baseamo-nos nas etapas presentes no modelo de Powell, et al. (2004), inicialmente, ouvindo-as integralmente e, em seguida, identificando momentos significativos e transcrevendo-os, para, depois, analisá-los, à luz do modelo de ações do formador apresentado na Tabela 2.

Consideramos que os primeiros autores do artigo atuaram como formadores e entendemos que se trata de uma investigação da própria prática (Ponte, 2002). Assim, foi necessário estabelecer um processo de validação dessa categorização. Iniciamos, com os dois primeiros autores individualmente categorizando ações presentes em trechos transcrito, organizado em uma tabela com duas colunas, de um lado com os áudios transcritos e, de outro, as categorizações das ações do professor. Em um segundo momento, a terceira autora e outros membros do grupo de pesquisa reuniram-se para fazer uma comparativa entre as categorizações até chegar a um consenso sobre as ações do formador. Por fim, unimo-nos com todos os autores para discutir essa categorização.

Os resultados desse estudo estão apresentados por meio das descrições das interações ocorridas durante os dois primeiros encontros do processo formativo, especialmente, com foco no papel desempenhado pelos formadores (Ribeiro & Ponte, 2020) que favoreçam OAP aos envolvidos no que tange ao RM e seus entendimentos.

5. Análises e discussão dos dados

Como citado anteriormente, as análises dos dados deste estudo têm foco nos encontros 1 e 2. Apresentamos três excertos do encontro 1 e quatro excertos do encontro 2, destacando, em itálico, e discutindo as ações realizadas pelos formadores, bem como as OAP geradas a partir de tais ações. Para melhor orientação e organização os excertos estão codificados iniciando em [1.1] à [1.28], estes códigos estão presentes no decorrer do texto para que seja possível identificar as ações presentes nos trechos de fala as ações identificadas. Algumas ações estão apenas discutidas no texto, não evidenciadas nos excertos.

5.1 Encontro 1

Deste primeiro encontro destacamos trechos da discussão ocorrida a partir da tarefa envolvendo perímetro e área e a resolução do grupo de estudantes (Figuras 1 e 2). Neste encontro, havia treze professores, que foram separados em três salas temáticas: Sala 1 (Fernanda, Maria, Silvia e Serena), Sala 2 (Lívia, Natália, Roberta e Paula) e Sala 3 (Fátima, Félix, Rebeca, Bianca e Eloísa) – nomes fictícios, sugeridos pelos próprios participantes. Durante as discussões ocorridas nestes pequenos grupos, os professores tiveram a oportunidade de apresentar suas compreensões sobre a tarefa e a resolução e, também, ouvir o que os colegas pensavam sobre ela. Após os vinte minutos, todos retornaram para a sala geral para a socialização das observações discutidas em grupo (Ferreira et al., 2023).

Rebeca, integrante do grupo 3, pontuou que, inicialmente, analisaram a tarefa pensando em como seus próprios estudantes poderiam resolvê-la, destacando que, talvez, pensariam tanto no dobro da área quanto no dobro do perímetro. Destacou um problema percebido pelo grupo no enunciado da tarefa, uma vez que não era evidente que espaços em branco deveriam ser preenchidos, e, também, não deixou claro se as figuras, sendo elas quadrados, a serem formadas continuariam ou não.

[1.1] Formador: Na discussão, não estava tão óbvio para os estudantes qual era o objetivo a tarefa. A célula já está preenchida com informações [O dobro da Figura 1, o triplo da Figura 1], mas ainda se espera que ele tenha que pôr um número aí dentro.

[1.2] Natália: Exatamente, né?

[1.3] Formador: Ele tem que preencher alguma coisa onde está vazio [no espaço destinado na tarefa (Figura 1) para colocar a resposta]. Onde que está vazio?

[1.4] Natália: No de baixo, no perímetro de baixo.

[1.5] Formador: Não ficou evidente no enunciado que precisava ser preenchido uma célula onde estava escrito o dobro da área da figura um e o triplo da área da figura.

A partir do apontamento feito por Rebeca, de um possível problema no enunciado da tarefa, o formador esclareceu [1.5] aos participantes que a organização e a proposição da tarefa precisam ser bem planejadas (Gross et al., 2023b), para que ela não induza o estudante ao erro ou a algum objetivo diferente do proposto. Mesmo que para os professores esteja claro o que seria necessário fazer, para o estudante, muitas vezes, não

está claro. Destacou que o cuidado na elaboração do enunciado da tarefa interfere nas estratégias adotadas pelos estudantes para resolvê-la. Dessa maneira, a organização e preposição da tarefa precisa ser bem planejada pelo professor para que seja possível oportunizar o surgimento de diferentes resoluções é uma boa opção quando se discute o RM, pois propicia a exploração de diversos entendimentos essenciais (Lannin et al., 2011) e processos (Jeannotte e Kieran, 2017).

Para a resolução da tarefa, considerava-se que o estudante tivesse um conhecimento sobre área e perímetro, especialmente, do quadrado e do retângulo, destacando que esses conhecimentos geralmente são confundidos pelos estudantes:

[1.6] Formador: Embora usualmente ele faça confusão entre esses dois termos a confusão não é apenas pelo termo, mas porque ele ainda não construiu o conceito do que é a área, que é um conceito relacionado com a cobertura de uma superfície e o conceito de perímetro, que é o contorno, de natureza diferente. O conhecimento das dimensões da figura me permite calcular a área e o perímetro, mas usando processos matemáticos de natureza diferente.

Nesse trecho, o formador procura estender [1.6] os pensamentos dos participantes sobre a confusão de termos que os estudantes fazem, por exemplo, a confusão entre o conceito de área e perímetro, que requer que eles compreendam que esses conceitos são de natureza distinta e que é importante que o estudante explore situações que se relacionem com seu cotidiano, como calcular a área de um terreno ou o comprimento de uma cerca. Assim, o formador contrapõe [1.6] a explicação ao comparar diferentes situações (Ferreira et al., 2023), destacando a importância de desenvolver uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos para evitar confusões entre termos e aplicar corretamente os processos de cálculo apropriados para cada situação. Isso ajuda os estudantes a terem uma base matemática mais sólida e a aplicar seus conhecimentos de forma mais eficaz em problemas do mundo real.

Na tarefa em estudo, pode ser explorada a questão do dobro, as diferentes possibilidades de cálculo de área e perímetro a partir das dimensões das figuras, e, a partir disso, podem ser envolvidos conceitos matemáticos como divisores, múltiplos, números inteiros, decimais e números irracionais. Durante as discussões, o formador e os professores conversaram em como elaborar uma tarefa matemática, desde seus objetivos mais simples até os mais elevados, fazendo uso de diferentes materiais, metodologias, tecnologias, entre outros. Sendo assim, uma única tarefa matemática pode levar a várias discussões e abordagens diferentes, dependendo do nível de profundidade matemática desejado e das metas educacionais. Essas discussões podem ser valiosas para promover o entendimento dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento do RM nos estudantes, interpretando e resolvendo as tarefas, explorando diferentes abordagens e figuras geométricas, e para quando se discutem conceitos matemáticos em diferentes níveis de profundidade e contexto.

Antes de finalizar o encontro, o formador pontuou a importância de os professores pensarem nas suas práticas, na elaboração de tarefas diferentes das que são utilizadas diariamente em sala de aula e em possibilidades que a tarefa oferece para o estudante criar conjecturas e generalizações de acordo com o objetivo proposto, o conteúdo e o nível de ensino em que a turma se encontra. Essas possibilidades são potencializadas quando o professor cria tarefas que vão além da simples aplicação do procedimento, que possam proporcionar momentos de mobilização de processos do RM, desafiando os professores a repensarem as tarefas usualmente propostas em suas aulas. Também, a reflitem que, até mesmo, tarefas aparentemente simples podem oferecer oportunidades para que os estudantes construam entendimentos essenciais do RM (Gross et al., 2023).

Para isso, o formador frisa que são importantes as intervenções e discussões realizadas pelos professores que instiguem os estudantes a pensarem diferente, a ir além do que é de costume, promovendo, assim, o desenvolvimento do RM.

[1.7] Formador: eu posso estar trabalhando conteúdo mais técnico possível, eu posso estar ensinando meu aluno lá do quinto, sexto ano a realizar um procedimento de adição somando unidade com unidade, dezena com dezena, centena com centena. Será que eu consigo propor tarefas que façam com que ele elabore algum tipo de conjectura e consiga fazer algum tipo de generalização? Para além de aplicar aquele procedimento? De alguma maneira a intenção da nossa discussão nos próximos encontros é ajudá-los a perceber que nos diferentes conteúdos que eu esteja trabalhando com meu aluno é possível que eu oportunize para ele momentos de construção desses entendimentos essenciais.

O formador retoma [1.7] o que foi discutido com a intenção de que os professores percebam que, em qualquer conteúdo matemático, é possível criar tarefas que promovam o desenvolvimento do RM dos estudantes, estimulando a conjectura e a generalização (Gross et al., 2023b).

Durante o primeiro encontro os professores se apresentavam mais tímidos durante as discussões e, por isso, houve poucos momentos que as interações discursivas (Ponte et al., 2013; Ribeiro & Ponte, 2020) ocorreram. Desse modo, as ações dos formadores passaram por esclarecimentos e incentivos para os participantes pensarem na importância do uso de tarefas matemáticas incluídas nas práticas de ensino que procure desenvolver o RM.

5.2 Encontro 2

Após os professores compartilharem como resolveram a tarefa matemática registrada na Figura 3, a formadora apresentou a TAP 1 (Figura 4), que solicitava a análise do registro escrito de um estudante do 5º ano, verificando se ele conseguiu explicar o pensamento utilizado na resolução e, assim, expor se ele apresentou alguma conjectura ou realizou alguma generalização. Os professores tiveram um tempo de dez minutos para estudar o registro de prática do estudante para depois compartilhar como pensaram.

Na discussão referente a tarefa matemática das sequências numéricas (Figura 3) os formadores e os professores refletiram a respeito de processos do RM do estudante de acordo com o registro analisado. A professora Eloísa relatou que pensou que o estudante fez uso do pensamento aditivo, como uma estratégia inicial para resolver a tarefa, mas que não foi possível generalizá-la. Para a professora Natália, ele não conseguiu criar uma conjectura devido a tarefa solicitar o total de azulejos e o estudante simplesmente ir somando um a um. A professora Paula concorda, afirmando que não teria como chegar em outro resultado que não fosse o 8.

A professora Silvia, por sua vez, comentou sobre a experiência que teve em aplicar essa tarefa para a turma da sala de recurso, a qual lecionava. Ela confirmou o que as professoras Natália e Paula destacaram, dizendo que eles somaram um a um, porque a tarefa solicitava que fosse encontrado o total. Para eles, deveriam somar todos os azulejos brancos e todos os cinzentos para compor a figura. A professora Fernanda comenta que também pensou assim e destaca que o estudante criou a conjectura de somar todos e atribuir um resultado.

A professora Eloísa completou sua fala, de acordo com os pensamentos relatados pelas outras professoras, e afirma que teve uma generalização, porém não como esperado. A professora Rebeca concordou e percebeu que o estudante conseguiu identificar elementos comuns, porque somando todos os brancos ele chegou no resultado de 8 azulejos.

A partir das intervenções, os participantes explanaram suas ideias e percepções sobre o registro de prática, proporcionando “um ambiente em que os professores estavam seguros e encorajados a compartilhar suas ideias e práticas” (Ferreira et al., 2023, p. 674). Com isso, as discussões entre os professores promoveram diferentes compreensões sobre como identificar as conjecturas e generalizações, oportunizando reflexões e aprendizagens coletivas.

Após as discussões dos participantes, o formador explicou [1.8] como o processo de conjecturar se relaciona com o desenvolvimento do RM dos estudantes e que essas conjecturas são criadas a partir das compreensões iniciais que eles têm sobre as situações, ocorrendo por meio de uma afirmação em um determinado contexto (Lannin et al., 2011), exemplificando da seguinte maneira:

[1.8] Formador: uma conjectura que crianças fazem é quanto mais velho eu sou, mais alto eu sou. Elas conjecturam sobre formas que elas vão tendo contato ao longo da escolaridade. Por exemplo, uma conjectura muito usual de ser levantada é que triângulo para ser um triângulo sempre tem que ter os 3 lados iguais. E por que que geralmente elabora essa conjectura? Porque o contato que ela tem com o triângulo geralmente são figuras sempre com os 3 lados iguais, que para ser quadrado tem que ter 4 lados. [...] Essas conjecturas podem ser muito particulares só para aquele contexto para aquela tarefa ou elas podem envolver vários casos similares. Quando elas envolvem vários casos similares elas caracterizam como generalizações.

O formador concluiu a discussão [1.8] destacando que as conjecturas surgem das experiências e observações cotidianas (Lannin et al., 2011) e que, com o avanço dos níveis de escolaridade, elas podem ser mais sofisticadas ou aprofundadas. Além disso, quando as conjecturas abrangem vários casos, elas podem

tornar-se generalizações. Desse modo, para que isso seja possível, faz parte do trabalho docente a realização de diferentes tipos de intervenções de acordo com a tarefa matemática e seu potencial para isso.

É destacado pelo formador a importância das conjecturas no processo de desenvolvimento do RM. As conjecturas podem começar de maneira simples e intuitiva, mas podem evoluir para generalizações mais abrangentes à medida que os estudantes aprofundam seu entendimento matemático e aplicam conceitos para resolver problemas.

Após exemplificar aos professores como as conjecturas podem ser criadas, a formadora apresenta diferentes exemplos, frisando o que é preciso para analisar uma generalização de acordo com os autores Lannin, et al. (2011), envolvendo a identificação da aplicação e reconhecendo o domínio relevante, considerando cuidadosamente o domínio para refinar as declarações, para que sejam verdadeiras para domínios mais amplos. O domínio é compreendido por Lannin, et al. (2011) como qualquer objeto ou relação matemática que seja utilizada para definir a ideia matemática.

Nesse momento, o formador questionou [1.9] os professores:

[1.9] Formador: *Sempre que eu adicionar ou multiplicar as quantidades aumentam. Isso é uma conjectura verdadeira ou falsa para vocês? Eu tenho 2 números quaisquer, se eu somar esses 2 números é o resultado fica maior do que os 2 números que eu tinha em separado, se eu multiplicar os 2 números o resultado fica maior também.*

[1.10] Paula: *Sim, eu acredito que sim.*

[1.11] Formador: *Paula acredita que é verdadeira. Em que domínio será pensado matematicamente que ela está se apoiando para construir essa generalização?*

[1.12] Fernanda: *É, depende de qual conjunto numérico que a gente está falando, né?*

[1.13] Formador: *Por quê?*

[1.14] Fernanda: *Se é o conjunto dos números naturais, essa conjectura seria verdadeira, mas a partir do momento que eu começo a conjecturar a partir dos números inteiros. Aí já vai mudar.*

[1.15] Formador: *Me dá um exemplo.*

[1.16] Fernanda: *Hum. Se eu somar duas dívidas. Deixa-me pensar. Agora eu não vou conseguir pensar em alguma coisa... Mas se eu multiplico... mesmo que eu multiplique 0,1 vezes 0,1, não vai me dar um número maior, vai me dar um número menor, né?*

O desafio, mediante a ação de questionar [1.9], proporcionado pelo formador possibilitou aos professores pensarem o domínio de validade de uma conjectura, bem como seu potencial, ou não, de ser uma generalização, envolvendo a adição e a multiplicação de números em diferentes conjuntos numéricos. O formador apresentou uma conjectura simples solicitou que os professores verificassem a validade da conjectura, proporcionando a compreensão desse contexto a partir de perspectivas alternativas (Ferreira et al., 2023).

A professora Fernanda destacou que a validade dessa conjectura depende do conjunto numérico que está sendo trabalhado, exemplificando que uma conjectura pode ser válida em um conjunto numérico, mas não em outro (Lannin et al., 2011). Neste momento, o formador questionou a professora [1.15], pedindo que elaborasse um exemplo. Ela utilizou o exemplo da multiplicação $0,1 \times 0,1$ em que o resultado é menor do que o dos números fatores.

O formador destacou que obstáculos na aprendizagem podem surgir caso as generalizações sejam mal interpretadas (Lannin et al., 2011), podendo compreender os conceitos matemáticos de maneira errada, especialmente, quando não se considera o contexto da situação em questão. As generalizações podem ser verdadeiras, mas sua validade pode variar a depender das condições específicas, e este entendimento é fundamental para o desenvolvimento do RM dos estudantes (Jeannotte & Kieran, 2017). Os professores continuaram discutindo alguns domínios que poderiam ser pensados, por exemplo, o da divisão. Destacaram que não são em todas as operações de divisão que o resultado será um número menor que o divisor e o dividendo, como no caso da divisão de números inteiros por decimais que terá como quociente um número maior.

Na sequência, foi encaminhado o link de uma segunda TAP, com os professores divididos em três grupos, por trinta minutos para estudar os registros de prática (protocolo escrito e transcrições de áudio) (Figura 5) e responder os questionamentos. Após o tempo combinado, todos voltaram para a sala geral do Google Meet para realizar as discussões a respeito do que refletiram sobre os registros de prática e

compartilharem o que haviam discutido, frisando a importância de não apenas reconhecerem as conjecturas feitas pelos estudantes, mas, também, pensarem o que pode ter levado os estudantes a elaborarem-nas. Então, questionou [1.17] os participantes a pensarem sobre a generalização:

[1.17] Formador: *Vocês falaram pelo menos três ou quatro conjecturas diferentes que vocês reconheceram aqui, elas têm um caráter mais amplo e podem ser reconhecidas como generalizações?*

[1.18] Paula: *Ah, eu acho que sim também. Né?*

[1.19] Bianca: *Eu também acho que sim porque eles fizeram as conjecturas e eles chegaram a respostas que são convincentes, né? Então eu acho que eles conseguiram generalizar a fazer a generalização.*

[1.20] Formador: *Para eles terem generalizado eles têm que ter conseguido perceber alguma coisa que se aplica vários casos. Que coisas que eles conseguiram perceber que se aplicam a vários casos, no caso aqui as várias figuras da minha sequência?*

[1.21] Bianca: *Os azulejos brancos que não mudam, eles conseguiram perceber isso, como uma generalização né? Em grupo, a questão do três em três, né? Eles conseguiram ter essa percepção né? Que caberia ali, né? A figura anterior estava ali, né?*

[1.22] Salete: *e o cinco mais cinco que é igual a dez...*

O formador esclareceu [1.20] que, para que seja possível ocorrer a generalização, é preciso estender a conjectura para outras situações, para que, assim, os estudantes consigam identificar padrões e tendências que se mantêm consistentes em diferentes casos, procurando fornecer informações para a compreensão do conceito (Lannin et al., 2011). Diante disso, questiona [1.20] os participantes a respeito de situações presentes na sequência numérica que se aplicam a vários casos.

A professora Bianca evidenciou que os estudantes conjecturaram que os azulejos brancos não alteram a quantidade, em todas as figuras têm um total de dois, e que os azulejos cinzentos aumentam em cada figura de três em três, e supõe que eles tenham reconhecido esse padrão analisando as imagens das figuras presentes na tarefa. A professora Salete complementa, pontuando outra conjectura apresentada pelos estudantes, que ao dobrar o número da figura a quantidade de azulejos também dobraria.

A partir dos apontamentos realizados pelas professoras Bianca e Salete, o formador destaca que a justificativa é importante para estabelecer a validade das conjecturas e que, para generalizar, os estudantes precisaram identificar elementos comuns que se aplicam a todos os termos na sequência em estudo.

Mediante a afirmação do formador, a professora Eloísa diz que:

[1.23] Eloísa: *A gente poderia considerar que ele está generalizando porque ele utilizou esta atividade ou porque, até acho que foi a Bianca que comentou, se para considerar a generalização ele tem que ter outras atividades que ele aplique o mesmo raciocínio?*

[1.24] Formador: *É um recorte e não dá para gente inferir se estende ou não essa generalização para além do que originou. Mas a gente tem conhecimento sobre outros comportamentos de sequência, e é capaz de pensar primeiro essa generalização que ele fez, que se eu dobro a posição a quantidade de azulejos cinza também vai dobrar? Essa generalização, ela vale em que domínio? Em que tipos de sequência que isso funciona? Ela pode ser estendida para outros tipos de sequência?*

[1.25] Rebeca: *Não, aí já entra um outro caso, já muda essa forma, né? Essa formação original, né?*

[1.26] Formador: *Você consegue dar um exemplo?*

[1.27] Bianca: *Aquela que tem bolinhas que é muito comum, que tem uma bolinha daí o próximo termo é uma bolinha, tem duas embaixo. Daí o terceiro termo é uma, daí duas, depois é três, então, é uma sequência já bem diferente e não é um aumento padrão. Não aumenta sempre três em três ou dois em dois.*

[1.28] Formador: *Então aqui a gente tem algumas particularidades, o aluno realizou algumas generalizações neste contexto particular. Cabe ao professor entender o raciocínio que ele está usando aqui para chegar essa generalização e problematizar com ele qual é a validade dela.*

Nesse trecho, os participantes puderam explorar a ideia de generalização em relação às conjecturas feitas pelos estudantes durante a resolução da tarefa com azulejos brancos e cinzentos. A professora Eloísa apresentou uma dúvida em relação a como saber quando a generalização ocorre, se é preciso pensar na tarefa ou em outras tarefas em que se apliquem o mesmo raciocínio. Diante da dúvida, o formador esclareceu [1.24] que, para ter essa compreensão e estender a conjectura para outros domínios, é preciso ter o conhecimento do conteúdo, nesse caso, de sequência, e se questionar sobre o comportamento das sequências (Lannin et al.,

2011). A partir do esclarecimento, o formador questiona [1.24] os participantes a respeito da validade da generalização, e se ela se aplica a algum tipo de sequência numérica, com intenção dos professores compreenderem como os padrões de comportamento de sequências podem ocorrer, se existe alguma sequência que dobrando o valor da posição de uma figura, o número que estava naquela posição também irá dobrar.

A professora Rebeca mencionou a importância de considerar exceções ou casos em que a generalização não se aplica, mostrando a necessidade de examinar a validade das generalizações em diferentes contextos e sequências. Após a afirmação da professora, que o comportamento padrão de sequências que fazem uso da dobra da posição da figura e da quantidade de azulejos, não se estende para todas as sequências o formador questiona-a [1.26] solicitando um exemplo de sequência numérica que não use esse tipo de comportamento. Rebeca relembra a sequência dos números triangulares que não compreende o padrão que quando o número da posição da figura dobra a quantidade de bolinhas também irão dobrar. Diante disso, o formador esclarece [1.28] que as generalizações realizadas pelos estudantes na resolução da tarefa dos azulejos obedeceram a um contexto particular, acentuando a complexidade da generalização em matemática e como os professores podem motivar os estudantes a pensarem criticamente sobre a aplicabilidade de suas conjecturas em diferentes situações (Jeannotte & Kieran, 2017). Também, mostra como o domínio da generalização pode ser um tópico importante a ser explorado em sala de aula.

Diante dos trechos descritos, destacamos as ações, analisando o papel do formador, levando em consideração os estudos e as discussões realizadas entre os participantes. Para identificá-las, inspirou-se nas ações do formador, categorizadas por Ferreira, et al. (2023). De acordo com as descrições dos trechos das transcrições dos áudios dos vídeos do primeiro encontro, foi possível reconhecer diferentes ações realizadas pelo formador, as quais estão identificadas na Tabela 3. As ações identificadas neste estudo foram as de incentivar, apoiar, convidar, estender/ampliar, esclarecer/explicar, retomar, contrapor, questionar e resumir os tópicos principais de discussão.

Na Tabela 3, apresenta-se cada uma das ações identificadas de acordo com a prática do formador, a intenção do formador ao realizar a ação, o retorno dos professores, o aspecto matemático envolvido (conceitos, conteúdos etc.) e as OAP relacionadas com o RM, quando foram proporcionadas. A presença do traço (-) na Tabela 3 evidencia a ausência de OAP na ação identificada. As ações de brincar, compartilhar experiências pessoais, validar, solicitar esclarecimentos, ouvir, relacionar e recuperar os conhecimentos prévios não foram identificadas nesse estudo. Para melhor localização das ações na seção anterior, utilizamos a codificação das falas que compreendem o intervalo 1.1 a 1.28.

Tabela 3

Classificação das práticas e ações do formador durante discussões coletivas.

Práticas do formador	Ações do Formador	Trecho/ encontro	Propósito da ação	OAP relacionadas ao RM
Interpretar as interações com os professores e entre os professores	Estender / Ampliar	[1.6] / encontro 1;	Interpretar os pensamentos dos participantes a respeito da confusão dos termos que os estudantes fazem;	-
		[1.3] / encontro 1;	Organização e a preposição da tarefa matemática;	-
	Esclarecer / explicar	[1.8] / encontro 2;	Relação do processo de conjecturar com o desenvolvimento do RM;	-
		[1.8] / encontro 2;	Como desenvolver o RM ao longo da Educação Básica;	-
		[1.20] / encontro 2;	Compreender que para ocorrer a generalização é preciso estender a conjectura para outras situações;	-

		[1.24] / encontro 2	Compreender que para generalizar é preciso estender a conjectura para outros domínios	Reconhecer como compreender as generalizações realizadas pelos estudantes;
		[1.28] / encontro 2;	Compreender a generalização realizada pelos estudantes em contextos particulares;	Compreender o raciocínio utilizado pelo estudante.
Estabelecer conexões	Retomar	[1.7] / encontro 1;	Perceber que com qualquer conteúdo matemático é possível elaborar tarefas que promovam o desenvolvimento do RM;	-
	Contrapor	[1.6] / encontro 1	Comparar diferentes situações	-
Desafiar os professores a avançar em seus conhecimentos	Questionar	[1.9] / encontro 2.	Pensar no domínio de validade de uma conjectura;	Validação de conjectura e análise da generalização de acordo com cada caso
		1.15] / encontro 2;	Exemplificar conjecturas falsas e verdadeiras;	Validade da conjectura;
		[1.17] / encontro 2;	Pensar como as generalizações podem ser reconhecidas;	Para reconhecer a generalização é preciso compreender os domínios em que se aplicam as conjecturas;
		[1.20] / encontro 2	Perceber situações na sequência numérica que se aplicam a vários casos;	Identificar os padrões de comportamento para reconhecer a generalização;
		[1.24] / encontro 2;	Estender a conjectura para outros domínios. Identificar e compreender se a generalização é válida para outras sequências numéricas;	Identificar e reconhecer diferentes padrões das sequências numéricas ampliando o conceito de generalização;
[1.26] / encontro 2.	Exemplificar diferentes tipos de sequencias numéricas;	Compreender o comportamento de uma sequência numérica em diferentes tarefas matemáticas.		
Sistematizar aprendizagens	Resumir os tópicos principais da discussão	[1.8] / encontro 2.	Enfatizar que as conjecturas surgem das experiências e observações cotidianas;	-

Fonte: Autores (2024).

Percebe-se, nas análises dos excertos, que as ações foram condutoras de discussões envolvendo a escolha e elaboração de tarefas matemáticas e sua relação com o desenvolvimento do RM dos estudantes, especialmente, no que se relaciona aos conceitos de conjectura e generalização. O formador procurou esclarecer aos professores como trabalhar com esse tipo de tarefa, incentivando a participação ativa do estudante, considerando os erros de resoluções e fazendo uma síntese das discussões, conceitos e conteúdo.

O conjunto de ações identificadas foram: estender, esclarecer, retomar, contrapor, questionar e resumir. Dentre elas, as que mais ocorreram são esclarecer e questionar, com propósitos de proporcionar aos professores momentos de discussões nas comunidades de práticas envolvendo a organização e a preposição das tarefas matemáticas, a relação dos processos de conjecturar e generalizar no desenvolvimento do RM na Educação Básica, reconhecendo diferentes comportamentos e padrões em situações particulares. As ações e discussões ocorridas estão ao encontro do que refletem Brodie (2010) e Araman, et al. (2019) quando

descrevem que, para o estudante criar conjecturas, é preciso raciocinar e pensar sobre as relações matemáticas, desenvolvendo afirmações que direcionam para uma justificação válida.

As ações foram promissoras na interpretação das interações entre os participantes e a desafiá-los para avançar em seus conhecimentos (Ferreira et al., 2023; Trevisan et al., 2023) a partir das OAP geradas, em especial para o reconhecimento das conjecturas elaboradas pelos estudantes. Desafiar foi a ação que mais gerou OAP no que diz respeito a validação de conjectura, análise das generalizações, compreensões de diferentes domínios e padrões de comportamento.

As OAP geradas nos dois primeiros encontros da formação, oportunizaram aprendizagens no que diz respeito ao conhecimento docente referente ao RM, as questões relacionadas aos aspectos da sala de aula como elaboração, organização e preposição de tarefas matemáticas que procuram desenvolver o RM. Também as OAP ocorreram, a partir das discussões entre os participantes, através da importância de antecipar resoluções e analisar as tarefas matemáticas que sejam promissoras para criar diferentes conjecturas e generalizações. Brodie (2010) discute que o ensino de Matemática precisa contemplar tipos de tarefas que os estudantes se envolvem nas resoluções, destacando o que pensam, como refletem e os tipos de interações que podem ser realizadas, tal qual foi proposto neste processo formativo.

6. Discussões e considerações finais

De acordo com o objetivo deste estudo de compreender como as ações do formador de professores que ensinam Matemática contribuem para gerar OAP no que diz respeito ao RM, a análise dos dados apontou que o formador motivou os professores a pensarem além dos padrões diários que são praticados em sala de aula (Lannin et al., 2011). Isso não apenas beneficia os próprios educadores, mas, também, melhora a experiência de aprendizagem de seus estudantes, auxiliando na promoção de uma compreensão mais profunda e significativa da Matemática.

Nos encontros analisados, o conceito de RM ainda estava sendo introduzido, as ações do formador foram realizadas no sentido de incentivar os professores a refletirem mais profundamente sobre o tema. A partir dos exemplos trazidos, atrelado ao trabalho com as TAP propostas, foram geradas OAP (Ribeiro & Ponte, 2020) para a compreensão de como ocorrem os processos de RM e sua relação com as práticas em sala de aula. Essas OAP incluíram compreender a importância de entender a maneira como os estudantes pensam, refletir a elaboração da tarefa matemática e entender como ocorre o desenvolvimento do RM, em especial, aprofundando conhecimentos sobre os processos de conjecturar e generalizar (Lannin et al., 2011).

A utilização das TAP como recursos utilizados pelo formador propiciou interações discursivas entre os participantes (Ponte et al., 2013; Ribeiro & Ponte, 2020), com foco na identificação das possíveis conjecturas elaboradas pelos estudantes e as generalizações que eventualmente elaboravam. As ações realizadas pelo formador salientaram a importância de compreender profundamente os conceitos matemáticos (Ball et al., 2008) e a pensar na elaboração de uma tarefa matemática de modo que seja possível que o estudante crie conjecturas e possa generalizá-las, antecipando as possíveis resoluções e os possíveis erros (Lannin et al., 2011).

As análises presentes nessa pesquisa contemplam um recorte do processo formativo realizado com professores da Educação Básica, salienta-se aqui um detalhamento dos primeiros encontros evidenciando as experiências dos formadores com intuito de gerar OAP que discutem a respeito do RM, em especial de tarefas matemáticas elaboradas com a intenção de promover os conceitos e aplicações envolvendo conjectura e generalização. Sendo assim, ressalta-se a importância de ampliações de pesquisas e formações que envolvem o ensino de matemática com foco no desenvolvimento do RM.

Contribuição

G. F. S. GROSS: conceitualização, metodologia, coleta e análise de dados, escrita e revisão; A. L. TREVISAN: conceitualização, metodologia, coleta e análise de dados, escrita e revisão; E. M. O. ARAMAN: conceitualização, metodologia, coleta e análise de dados, escrita e revisão.

Referências

- Araman, E. M. O., Serrazina, M. L., & Ponte, J. P. (2019). "Eu perguntei se o cinco não tem metade": Ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático | "I asked if five has not a half": Teacher's actions of the first years which support mathematical reasoning. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2). <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490>
- Anjos, L. Q. (2023). *Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Londrina, PR.
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes, & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3–32). Jossey Bass.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barboza, L. C., Pazuch, V., & Ribeiro, A. J. (2021). Tarefas para a aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. *Zetetike*, 29, 1–25. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8656716>
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., & Ponte, J. P. (2022). Ações do professor e desenvolvimento do raciocínio matemático durante a discussão coletiva de uma tarefa. *Educación Matemática*, 34(2), 101–133. <https://doi.org/10.24844/em3402.04>
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Pensée Sauvage.
- Carneiro, L. F. G., Araman, E. M. O., & Trevisan, A. L. (2022). Procedimientos metodológicos en la investigación del razonamiento matemático de estudiantes cuando resuelven tareas exploratorias. *Revista Paradigma* (Ed. Temática: Pesquisa Qualitativa Em Educação Matemática), 43, 132–157.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., & Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Ferreira, C. A. L. (2015). Pesquisa quantitativa e qualitativa: Perspectivas para o campo da educação. *Revista Mosaico-Revista de História*, 8(2), 113–121. <https://doi.org/10.18224/mos.v8i2.4424>
- Ferreira, M. C. N., Ponte, J. P., & Ribeiro, A. J. (2022). Towards and approach to teachers' professional development: How to work with algebraic thinking in the early years. *PNA*, 16(2), 167–190. <https://doi.org/10.30827/pna.v16i2.22234>
- Ferreira, M. C. N., Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2023). Práticas e ações do formador de professores que ensinam matemática na orquestração de discussões coletivas. *Bolema*, Rio Claro (SP), 37(76), 666–687. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a14>
- Fiorentini, D. (2005). A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas*, 18, 107–115.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6.ª ed.). Editora Atlas AS.
- Gregório, M., & Oliveira, H. (2018). As justificações matemáticas de alunos do 5.º ano na validação de uma conjectura no estudo da igualdade de triângulos. *Revista BOEM*, 6(12), 21–40. <https://doi.org/10.5965/2357724X06122018021>
- Gross, G. F. S., Trevisan, A. L., Araman, E. M. O., & Trevisolli, R. F. L. (2023a). Uma proposta para elaboração e análise de tarefas de aprendizagem profissional. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16(42), 1–21. <https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.17982>
- Gross, G. F. S., Martens, A. S., Trevisan, A. L., Araman, E. M. O., & Oliveira, P. B. (2023b). Planejamento de uma tarefa matemática: Ações do formador em um estudo de aula. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 12(29), 406–427. <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.406-427>
- Henriques, A., & Ponte, J. P. (2014). As representações como suporte do raciocínio matemático dos alunos quando exploram atividades de investigação. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28, 276–298. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a14>
- Herbert, S., & Bragg, L. A. (2021). Factors in a professional learning program to support a teacher's growth in mathematical reasoning and its pedagogy. *Mathematics Education Research Journal*, 33(3), 409–433. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00310-5>
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Lannin, J., Ellis, A. B., Elliot, R., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K Grade 8*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Martignone, F., Ferretti, F., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2022). What aspects can characterize the specialised knowledge of a mathematics teacher educator? *Educación Matemática*, 34(3), 301–328. <https://doi.org/10.24844/EM3403.11>

- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 781–801. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>
- Morais, R. S. (2022). *Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de figuras geométricas planas*. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procopio, PR. <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/30155>
- Mosquito, E. M. (2008). *Práticas letivas dos professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Nogueira, I., & Blanco, T. (2017). Reflexão sobre a prática na formação em matemática para contexto pré-escolar. *EduSer: Revista de Educação*, 9(2), 42–50. <https://doi.org/10.34620/eduser.v9i2.100>
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI - Grupo de Trabalho e Investigação (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5–28). Associação de professores de Matemática.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(1), 55–81. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22894>
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2022). Teachers' learning in lesson study: Insights provided by a modified version of the interconnected model of teacher professional growth. *ZDM—Mathematics Education*, 54(2), 373–386.
- Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 17(21), 81–140. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10538/6944>
- Prediger, S., Roesken-Winter, B., & Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Strategies for content-related PD research in the Three-Tetrahedron Model. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 407–425. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3>
- Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetike*, 28, 1–20. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072>
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M., & Trevisan, A. L. (2020) Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante*, 29(1), 52–73. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23010>
- Smith, M. K. (2001). *The learning organization*. The Encyclopedia of Informal Education.
- Trevisan, A. L., & Araman, E. M. O. (2021). Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes de cálculo em tarefas envolvendo representações gráficas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 158–178. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a08>
- Trevisan, A. L., Negrini, M. V., Falchi, B., & Araman, E. M. O. (2023). Ações do professor para a promoção do raciocínio matemático em aulas de cálculo diferencial e integral. *Educação e Pesquisa*, 49, 1–21. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634202349251659>
- Trevisan, A. L., Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2020). Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2). <https://doi.org/10.29333/iejme/6256>
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. Cambridge University Press.